infatti così :

$$- tdY=o,$$

da cui eliminando t e dt si ottiene

$$\begin{vmatrix} dx & dy & d^ \\ X & Y & Z \\ dX & dY & dZ \end{vmatrix} =o,$$

equazione omogenea e del 2° grado rispetto a dx, dy, $d^$, che è soddisfatta da

dx dy $d?$ . .,
— = -~£- = -~, donae il teorema.
A i Z

Lo stesso argomento fu trattato recentemente dal signor A. TRANSON *), il quale dimostrò che si può sempre, ed in infinite maniere, decomporre il sistema generale in sistemi parziali di rette normali ad una superficie; e l'equazione che governa siffatta decomposizione esprime una condizione cui debbono soddisfare le superficie luoghi dei punti di partenza delle rette appartenenti a ciascun sistema parziale, mentre i coseni X, y, Z restano formati in un modo completamente arbitrario con $x, y, \%$.

Si può invece restringere la ricerca, come abbiam fatto nei precedenti articoli, ai sistemi *semplici* di rette, cioè a quei sistemi nei quali per ciascun punto dello spazio non passa, in generale, che una sola retta od un numero limitato di rette. Ciò equivale a riguardare $x, y, \sim, X, Y,$ Z, come funzioni di *due* variabili indipendenti, cioè a supporre che le varie rette partano, non già da ciascun punto dello spazio, ma solamente dai punti di una certa superficie, la cui natura dipende da quella delle funzioni $x, y, \sim$, e che può essere scelta ad arbitrio, purché si determinino convenientemente queste funzioni. In questo caso l'esistenza di una superficie ortogonale impone una condizione alle funzioni $x, y,$ ^ e non alla superficie iniziale, poiché sebbene la natura di questa influisca sulla forma di quelle funzioni, pure essa non modifica punto la distribuzione del sistema, col quale non ha che una relazione accidentale.

Questo secondo genere di quistioni recentemente trattato dal signor KUMMER **), fu studiato primieramente da MONGE ***), le cui ammirabili scoperte sono state poscia

*) Journal de l'Ecole Polytechnique, t. XXII, cahier 38 (1861), pag. 195. **) Journal fùr die reine und angewandte Mathemntik, Bd. LVII (1860), pag. 189.
***) Mémoires de l'Académie des Sciences, pour 1781 : *Mémoire sur ìes déblais et les remblais,* ari. XIX-XXXIII.